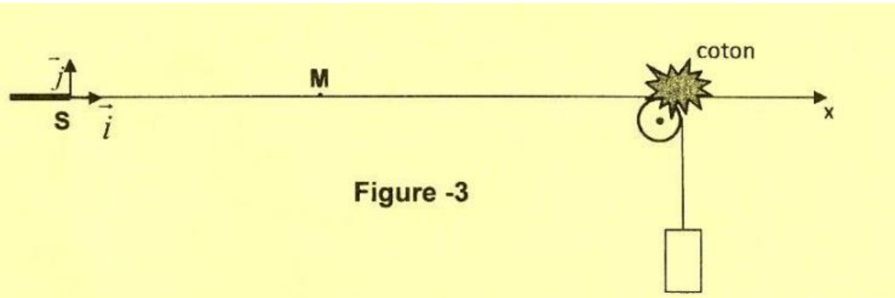
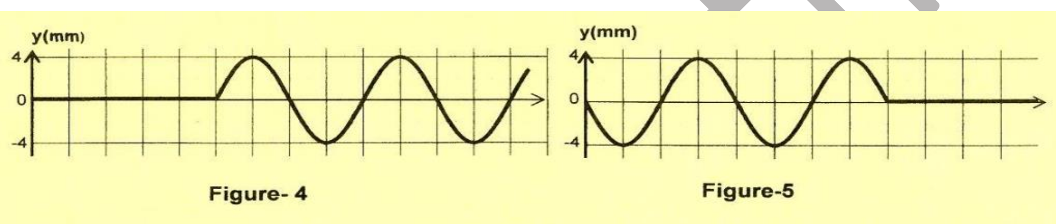
2021 C SI

Une corde élastique de longueur $L = 1$ m tendue horizontalement est attachée par son extrémité **S** au bout d'une lame vibrante qui lui communique à partir de l'instant de date $\mathbf{t = 0}$ un ébranlement sinusoïdal transversal. L'extrémité **S** coïncide avec le point **O** origine d'un repère $(\mathbf{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (figure -3).



L'une des courbes de la figure ci-après (figure-4 et figure-5) représente le diagramme du mouvement d'un point **M** de la corde situé à une distance $\mathbf{x_M}$ de l'extrémité de la source, l'autre courbe représente l'aspect de la corde à un instant de date $\mathbf{t_1}$.



1. Préciser le rôle du morceau de coton placé à l'autre extrémité de la corde.
2. a. Identifier, en le justifiant, parmi les figures 4 et 5 celle qui correspond au diagramme du mouvement du point **M** et celle qui correspond à l'aspect de la corde à l'instant de date $\mathbf{t_1}$.
   b. Déduire la période temporelle T et la période spatiale λ de l'onde ainsi que son amplitude a.
   On donne pour le diagramme du mouvement de M : 1div → $\mathbf{5.10^{-3}}$s et pour le diagramme des espaces : 1div → 5 cm.
3. a. Déterminer la célérité **v** de propagation de l'ébranlement.
   b. Déduire la distance $\mathbf{x_M}$ et l'instant $\mathbf{t_1}$.
4. a. Ecrire l'équation horaire des vibrations de la source **S**.
   b. Déduire celle du mouvement du point **M** de la corde.
   c. Préciser l'état de mouvement de **M** par rapport à **S**.

Correction

1. Le coton évite la réflexion de l'onde.

a. La courbe I correspond au diagramme de mouvement de M car M commence son mouvement après un retard θ. La courbe II correspond à l'aspect de la corde à la date t_1

b.

$$5.10^{-2}m$$

A partir de la figure 4

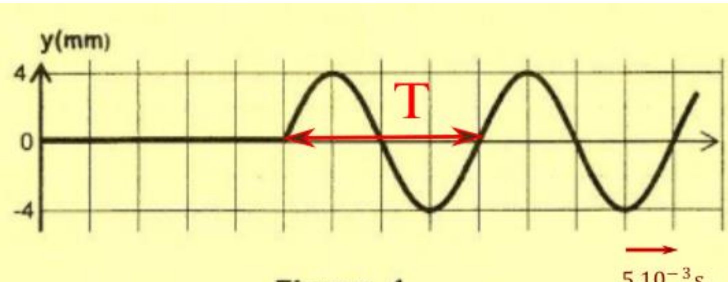


Figure- 4

- $T = 4 \times 5.10^{-3} = 2.10^{-2}$ s.

A partir de la figure 5

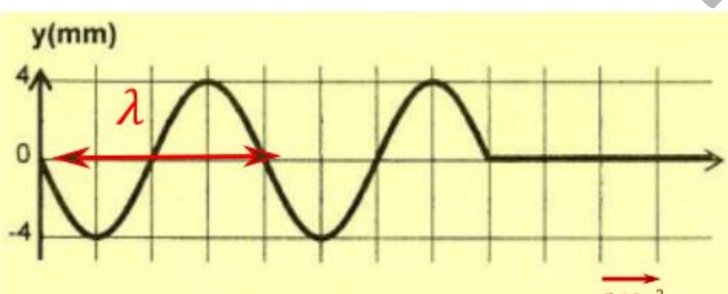


Figure-5

- $\lambda = 4 \times 5.10^{-2} = 0{,}2$ m.
- $a = 4$ mm.

3.

a. $v = \frac{\lambda}{T} = 10\ m \cdot s^{-1}$.

b.

- A partir du diagramme du mouvement

$$x_M = v.\theta = v \times 1{,}25\ T = 1{,}25\lambda = 0{,}25\ m.$$

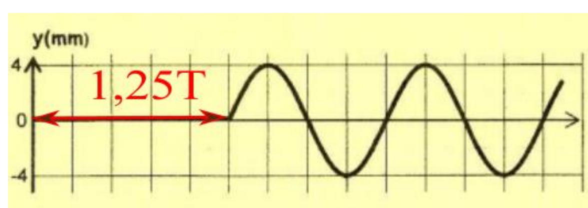


Figure- 4

- A partir du diagramme de l'aspect du corde

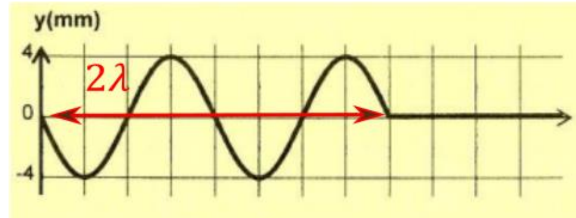


Figure-5

$t_1 = \frac{x_{F1}}{v} = \frac{2\lambda}{v} = 2\text{ T} = 4.10^{-2}$ s.

4.

a. $\boldsymbol{y_s(t) = a \cdot \sin(2\pi N t + \varphi_s)}$; $\boldsymbol{a = 4.10^{-2} s}$; $\boldsymbol{N = 50}$ **Hz et** $\boldsymbol{\varphi_s = 0}$ **car** $\boldsymbol{M}$ **répète le mouvement de** $\boldsymbol{S}$ **avec un retard** $\boldsymbol{\theta}$ **et on voit que** $\boldsymbol{M}$ **débute son mouvement vers le haut donc** $\boldsymbol{\varphi_s = 0}$**.**

Alors $\boldsymbol{y_s(t) = 4.10^{-3}\sin(100\pi t)}$ **pour** $\boldsymbol{t \geq 0}$

b) $y_M(t) = y_S(t - \theta)$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq \boldsymbol{\theta = 1,25\ T} \\ 4.10^{-3} \cdot \sin(100\pi(t-\theta)) & \text{si } t \geq 1,25\text{ T} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq \theta = 1,25\text{ T} \\ 4.10^{-3} \cdot \sin(100\pi t - 100\pi \times 1,25\text{ T}) & \text{si } t \geq 1,25\text{ T} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq \theta = 1,25\text{ T} \\ 4.10^{-3} \cdot \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) & \text{si } t \geq 1,25\text{ T} \end{cases}$$

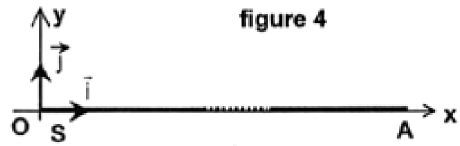
c) $\varphi_S - \varphi_M = \frac{\pi}{2}$ donc le point M vibre en quadrature retard de phase par rapport à S .

2007 C

L'une des extrémités **S** d'une corde élastique **SA**, de longueur L , tendue horizontalement selon l'axe(Ox) d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la figure 4 , est reliée à un vibreur qui lui impose un mouvement vibratoire transversal, sinusoïdal de fréquence **N** et d'amplitude $\mathbf{y_m}$.

Chaque point de la corde est repéré par son abscisse **x** et son ordonnée **y** dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ de la figure 4.

Le mouvement vibratoire, issu de S , se propage le long de la corde avec un amortissement négligeable.
Un dispositif approprié, placé en **A**, empêche toute réflexion des ondes. Le mouvement de **S** débute à l'instant $\mathbf{t = 0}$.



1. Justifier pourquoi une telle onde est dite : onde progressive.
2. L'étude du mouvement, en fonction du temps, d'un point $\mathbf{M_1}$ de la corde tel que $\mathbf{M_1}$ est situé à la distance $\mathbf{d_1}$ de **S**, et de l'aspect de la corde à un instant $\mathbf{t_1}$ donné, a fourni les courbes 1 et 2 de la figure 5. Identifier, en le justifiant, les deux courbes.

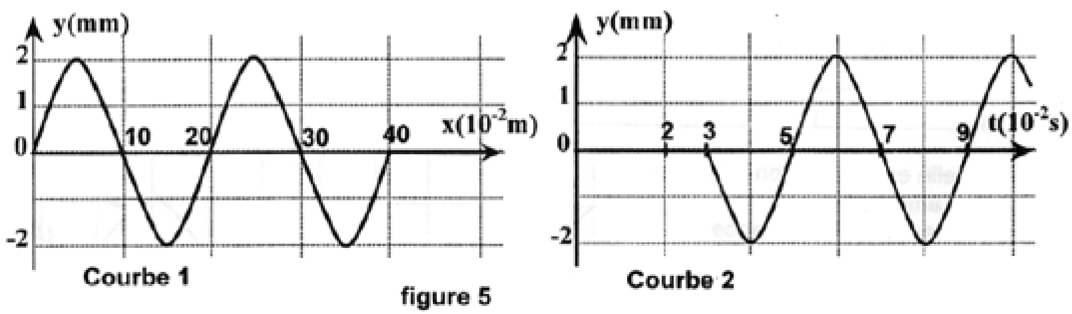


figure 5

3. Par exploitation des courbes précédentes, déterminer :
   a- La longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$, la période **T** et la célérité **v** de l'onde.
   b - L'instant $\mathbf{t_1}$ et la distance $\mathbf{d_1}$.
4. Déterminer l'équation $\mathbf{y_s(t)}$ du mouvement de **S** au cours du temps.

Correction :

1)une telle onde est dite progressive car elle se propage le long de la corde

2)

Courbe 1 : l'aspect de la corde (x varie)

Courbe 2 : Equation horaire (M commence son mouvement après un retard θ)

3)a) $\lambda = 20 \cdot 10^{-2}$ m $\qquad \lambda = T \cdot V$

$\mathrm{T} = 4 \cdot 10^{-2}$ s

$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{20 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}} = 5\text{ms}^{-1}$$

b)

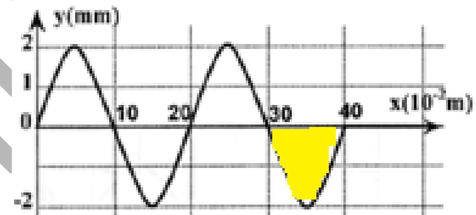
$$\text{V} = \frac{x_F}{t_1} \Leftrightarrow t_1 = \frac{x_F}{V} = \frac{40 \cdot 10^{-2}}{5} = 8 \cdot 10^{-2}\text{ s}$$

$$V = \frac{d_1}{\theta} \Leftrightarrow d_1 = V \cdot \theta = 5 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 15 \cdot 10^{-2}\text{ m}$$

$4/y_s(t) = y_m sin(\omega t + \varphi_s)$;

$y_m = 2 \cdot 10^{-3}$ m

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-2}} = 50\pi \cdot rad.s^{-1}$$



Courbe 1

figure 5

1ere méthode : on prend la courbe 1

Le front d'onde se termine par un creux d'où $\varphi = \pi$ rad

2eme méthode: on prend la courbe 2

$y_s(t) = a \cdot \sin(50\pi t + \varphi_s)$; $\varphi_s = \pi$ car M répète le mouvement de S avec un retard θ et on voit que M débute son mouvement vers le bas donc $\varphi_s = \pi$.

3eme méthode: on prend la courbe 2

$$y_M(x) = a\sin\left(50\pi t_0 + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Pour $t_0 = 3 \cdot 10^{-2}$ s , $y_s = 0$ donc

$$50\pi t_0 + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \;\; ou \; 50\pi t_0 + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} = \pi$$

- $y_s(0) = 0$ et $\cos\left(50\pi t_0 + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) < 0; \left(\left(\frac{dys}{dt}\right)(t = 0)\right) < 0$

donc $50\pi t_0 + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} = \pi$

$$\Rightarrow 50\pi t_0 + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} = \pi$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\varphi_s} = \pi - \frac{2\pi x}{\lambda} - 50\pi t_0$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\varphi_s} = \pi - \frac{2\pi}{\lambda}\frac{3\lambda}{4} - \mathbf{50.3 \cdot 10^{-2}}\,\pi$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\varphi_s} = \pi - \frac{3\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = \pi$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\varphi_s = \pi}\ \mathbf{rad}(\boldsymbol{2\pi})$$

2012C

Une corde élastique assez longue est tendue horizontalement suivant l'axe (Ox) d'un repère (Oxy). L'extrémité S de cette corde est reliée à un vibreur qui lui impose un mouvement rectiligne sinusoïdal suivant l'axe (Oy) d'équation horaire $y_s(t) = a\sin(2\pi Nt)$, où a représente l'amplitude du mouvement et N la fréquence de vibration. L'onde crée au point S à l'instant $= 0$ s, se propage le long de la corde avec une célérité v constante. On suppose que la propagation de cette onde s'effectue sans amortissement.

Les courbes (1) et (2) de la figure 3 représentent l'aspect de la corde respectivement aux deux instants t_1 et t_2 tels que $t_2 - t_1 = 30$ ms.

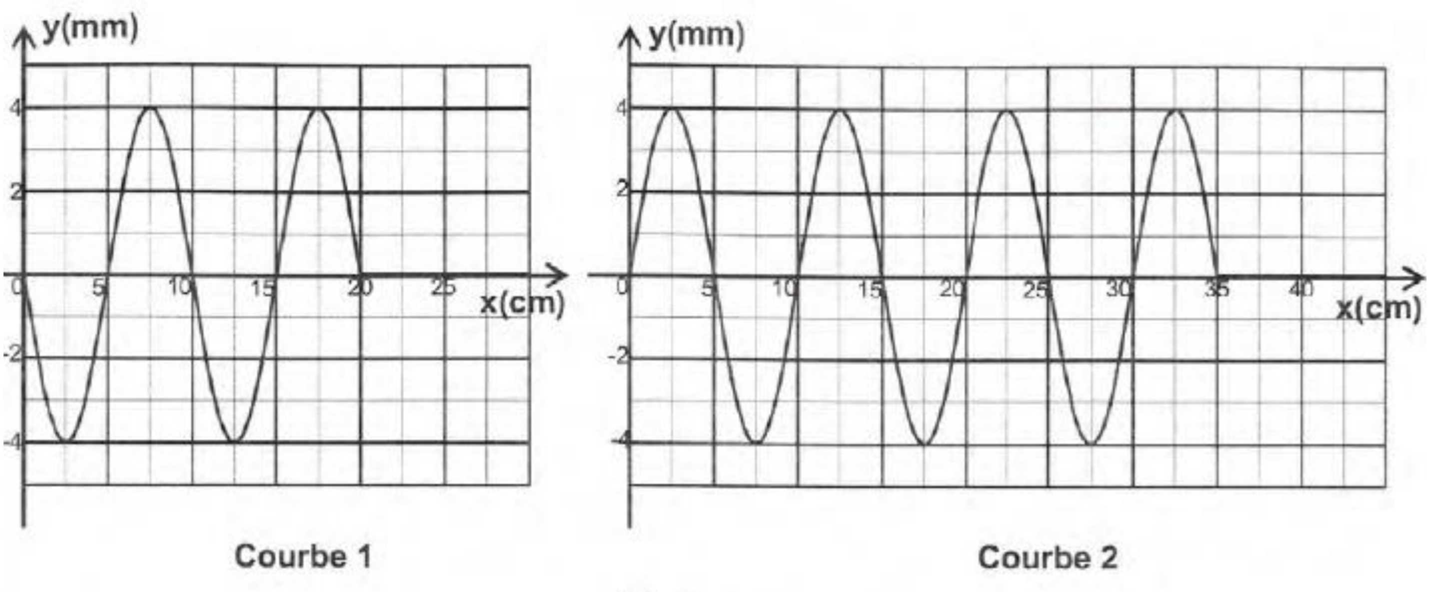


Fig.3

1/En exploitant les courbes (1) et (2), déterminer la valeur de:

a) la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$.

b) la célérité v de l'onde,
c) la fréquence **N** de vibration.

2/On se propose de comparer les vibrations d'un point A d'abscisse $x_A = 17{,}5$ cm avec celui de S.
a) Montrer qu'à l'instant $t'_1 = 30$ ms, le point **A** est encore au repos.
b) Etablir l'équation horaire du mouvement du point **A** et en déduire le déphasage de celui-ci par rapport à S.
c) - Tracer le diagramme de $y_s(t)$ et en déduire, dans le même système d'axes, celui de $y_A(t)$.

- Retrouver graphiquement le déphasage entre **A** et **S**.

Correction

1.a- D'après les courbes on a : $\boldsymbol{\lambda} = 10$ cm
b- Pendant la durée $\Delta t = t_2 - t_1 = 3.10^{-2}$ s, l'onde a parcouru la distance $\Delta x = x_2 - x_1$

$\Delta x = 35 - 20 = 15$ cm

$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 5\ m \cdot s^{-1}$.
c- On a $\lambda = \frac{V}{N}$ ainsi $N = \frac{V}{\lambda} = 50$ Hz
2. a- Pour atteindre le point A d'abscisse $X_A = 17{,}5$ cm, l'onde met une durée θ_A telle que:

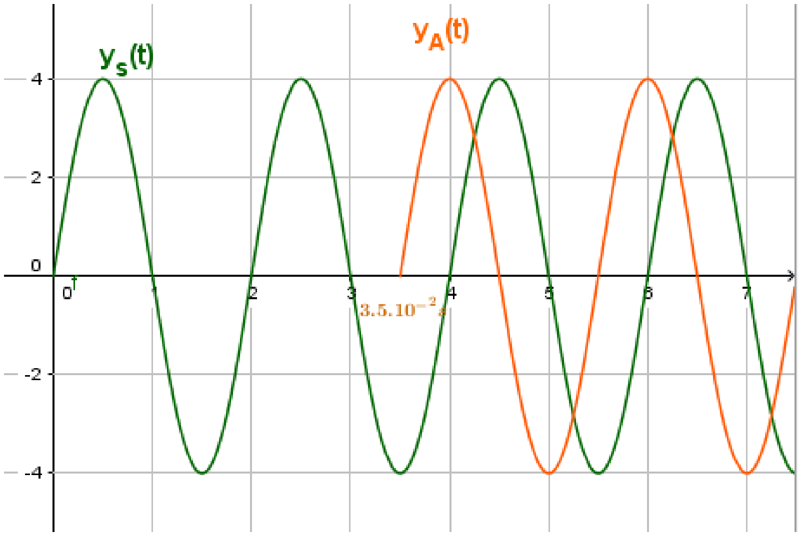
$\theta_A = \frac{x_A}{V} = \frac{17{,}5.10^{-2}}{5} = 3{,}5.10^{-2}\ s > t_1{}' = 3.10^{-2}$ s, ainsi le point A est encore au repos à l'instant $t_1{}'$.
b- On a : $y_S(t) = a\sin(2\pi N t)$ et $y_A(t) = a\sin\left(2\pi N t - \frac{2\pi x_A}{\lambda}\right)$

$$\begin{cases} y_A(t) = 4.10^{-3}\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right);\ \text{si } t \geq \theta_A = 3{,}5.10^{-2}\ s \\ \end{cases}$$

On a: $|\Delta\varphi| = \left|\frac{2\pi x_A}{\lambda}\right| = 3{,}5.\pi = 4\pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ rad

$\varphi_A - \varphi_S = \frac{\pi}{2}$ rad.

c)



Graphiquement: $\varphi_A - \varphi_S = \frac{\pi}{2}$ rad.

2020P

Un vibreur muni d'une pointe provoque, en un point S de la surface libre d'une nappe d'eau, initialement au repos contenue dans une cuve à ondes, des vibrations sinusoïdales verticales d'amplitude a et de fréquence N. Une onde progressive, de longueur d'onde λ, se propage à la surface libre de l'eau avec une célérité **v** constante. Le point **S** débute son mouvement à l'instant $\mathbf{t = 0}$, en partant de l'état de repos. On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement de l'onde au cours de la propagation.

On considère deux points A et B de la surface libre de l'eau situés sur la même direction de propagation (**Sx**), du même côté du point S et à des distances respectives $SA = x_A$ et $SB = x_B$, avec $x_B > x_A$. (Voir la figure 4).

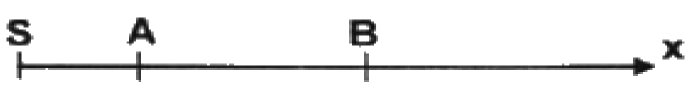


Figure 4

La figure 5 (à compléter par le candidat et à remettre avec sa copie) représente le diagramme du mouvement du point B.

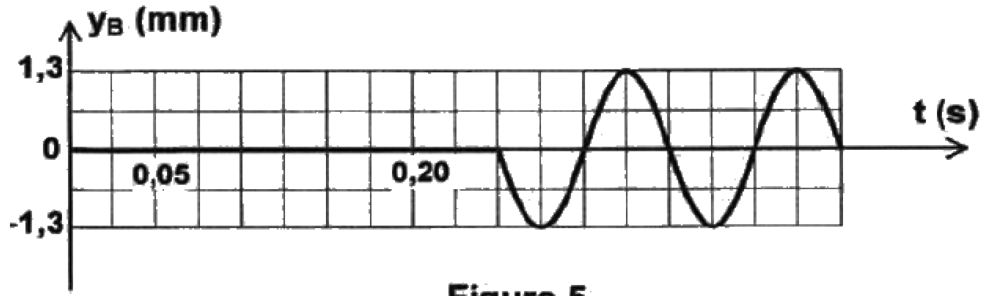


Figure 5

1 Déterminer graphiquement les valeurs de la fréquence **N** et de l'amplitude a.

2 L'onde issue de S atteint le point A à l'instant $t_A = 0{,}1$ s.
a- Représenter, sur le même système d'axes de la figure 5, le diagramme du mouvement du point A.
b- Montrer que la longueur d'onde λ s'exprime par la relation : $\lambda = \frac{x_B - x_A}{N \cdot \Delta t}$; où $\Delta \mathbf{t}$ représente la durée de propagation de l'onde du point A au point B.
c- Déduire les valeurs de la longueur d'onde λ et de la célérité v de propagation.
On donne $x_A = 1{,}2$ cm et $x_B = 3$ cm.

3 A un instant t_1 et suite à une coupure du courant électrique, le vibreur s'arrête. On suppose que l'arrêt du vibreur est instantané. La figure 6 représente, à un instant $t_2 > t_1$, une coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par **S**.

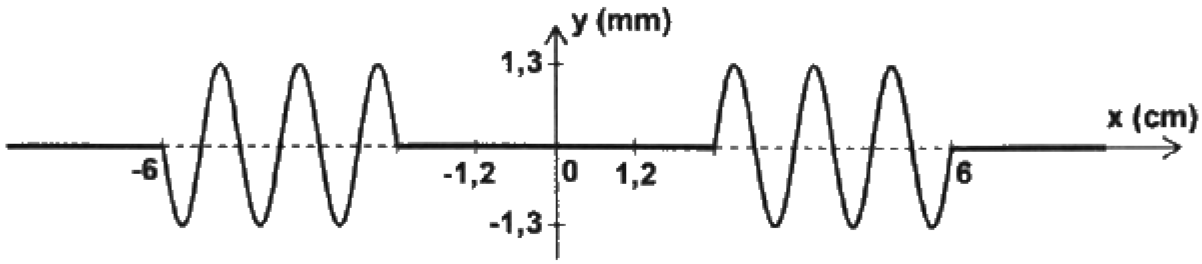
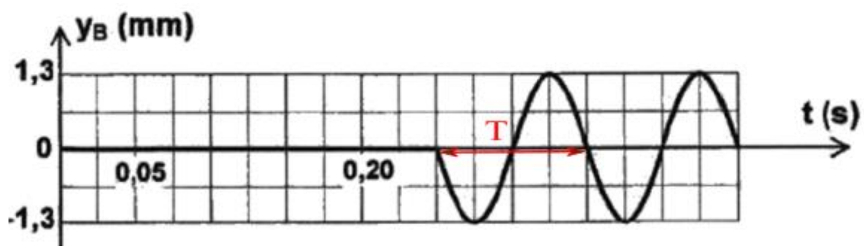


Figure 6

En exploitant la courbe de la figure 6, déterminer :
a- les instants t_1 et t_2;
b- les lieux géométriques des points de la nappe d'eau qui, à l'instant t_2, vibrent en phase avec le point B.

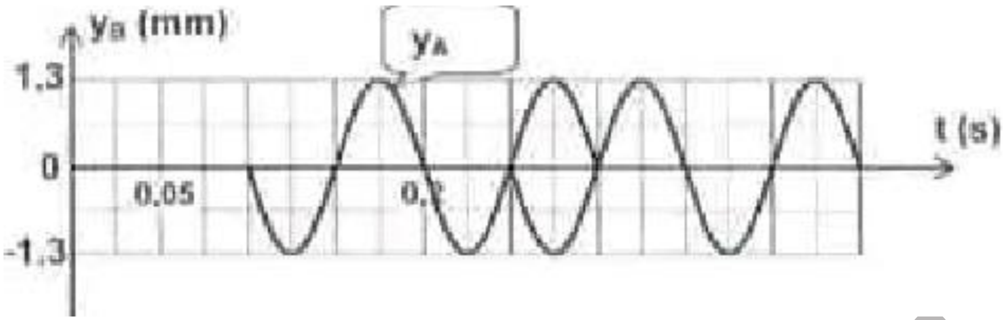
Correction

1



$$T = 0.1s \Rightarrow N = \frac{1}{T} = 10 \text{ Hz} \qquad \text{a} = 1.3\text{mm}$$

2 $a)$



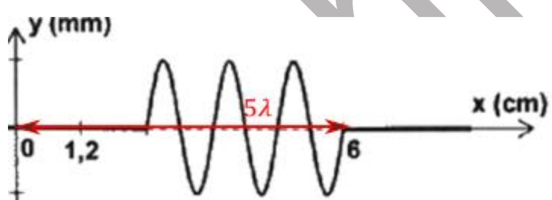
b)

$$X_A = \lambda N t_A ; X_B = \lambda N t_B$$
$$\Rightarrow \; X_B - X_A = \lambda N t_B - \lambda N t_A = \lambda N (t_B - t_A) = \lambda N \Delta t$$
$$\Rightarrow \lambda = \frac{X_B - X_A}{N \Delta t}$$

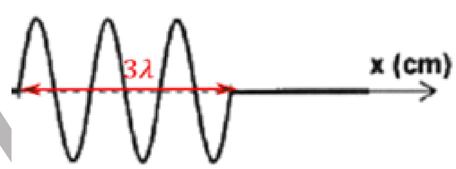
c) $\lambda = 1{,}2\text{cm}$

$v = \lambda N = 0{,}12 \text{ m s}^{-1}$

3) a) $\text{t}_2 = \frac{5\lambda}{\text{v}} = 0.5 \text{ s}$



$\text{t}_1 = \dfrac{3\lambda}{\text{v}} = 0.3 \text{ s}$



b)Les points qui vibrent en phase sont distants de λk avec k appartenant à $(k \in IN^*)$

Point	*M*	X_1	X_2
x_m	*3*	*3+ λ=4.2*	*3+ 2λ=5.4*

les points *M* qui vibrent en phase avec les points sont ceux situés, en repos, sur des cercles de rayons : 4, 2 cm 5, 4 cm

2018P

On dispose d'une corde élastique, homogène, tendue horizontalement et de longueur $= 70$ cm.

L'extrémité S de cette corde est attachée à un vibreur qui lui impose des vibrations verticales sinusoïdales d'amplitude a $= 5$ mm et de fréquence N. L'autre extrémité A est reliée à un support fixe à travers une pelote de coton comme l'indique la figure 6. Une onde progressive transversale, de longueur d'onde λ, prend naissance en S à l'instant $t = 0$ et se propage le long de la corde avec une célérité v constante.

Figure 6

1 Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en attribuant à chacun des éléments du dispositif le rôle qui lui convient parmi les suivants : milieu de propagation, source d'énergie, absorbant énergétique.

Elément du dispositif	vibreur	Corde tendue	Pelote de coton
Rôle			

2 Les courbes (f_1) et (f_2) de la figure 7 (a remplir par le candidat et à remettre arec sa copie), représentent les deux aspects de la corde respectivement aux instants $\mathbf{t_1}$ et $\mathbf{t_2}$ tel que

$\mathbf{t_2 - t_1 = 5.10^{-3}}$s. La position de chacun des trois points $\mathbf{S}, \mathbf{M_1}$ et $\mathbf{M_2}$ de la corde, a l'instant t_1, est indiquée sur la courbe (f_1).
a- Indiquer, sur la courbe (f_2) de la figure 7, les nouvelles positions des points S, M_1 et M_2 à l'instant t_2.
b- Comparer chacun des mouvements des points $\mathbf{M_1}$ et $\mathbf{M_2}$ à celui de $\mathbf{S}$.

3 L'équation horaire du mouvement de S s'écrit : $y_5(t) = a\sin(2\pi Nt + \varphi_s)$. En exploitant les courbes de la figure 7 :
a- préciser la valeur de λ :
b- déterminer la valeur de la célérité v. En déduire la valeur đe la fréquence **N** :
c- déterminer la valeur de la phase initiale φ_s.

4 Déduire, à partir de la figure 7 les abscisses des points qui vibrent en phase avec S à l'instant t2.

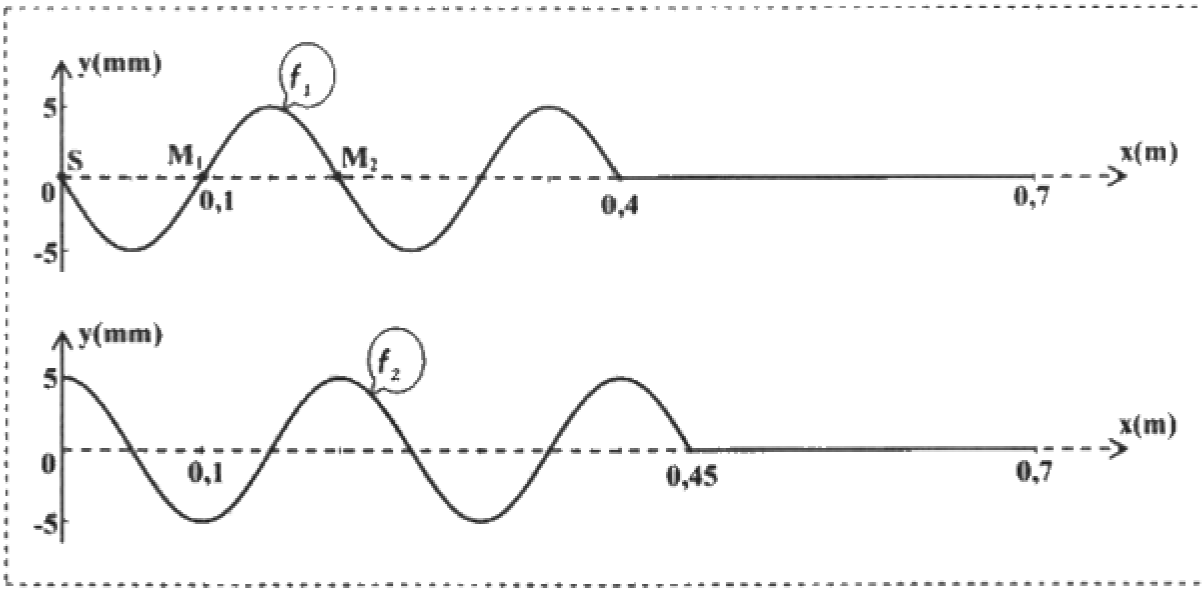


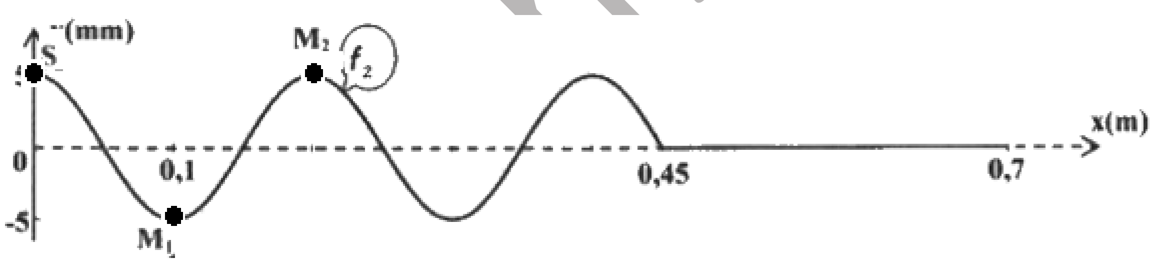
Figure 7

Correction

1)

Elément du dispositif	vibreur	Corde tendue	Pelote de coton
Rôle	Source d'énergie	Milieu de propagation	Absorbant énergétique

2)



b)

$SM_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow M_1$ vibre en opposition de phase par rapport a la source (s).

$SM_2 = \lambda \Rightarrow M_2$ vibre en phase avec (S)

3)a-figure 7 : courbe $(f_1) = \lambda = 0{,}2$ m

b.

$v = \dfrac{x_f(t_2) - x_F(t_1)}{t_2 - t_1}$; x_F: *abscisse* du front d'onde

$v = \dfrac{5.10^{-2}}{5.10^{-3}} = 10\ \mathrm{ms}^{-1}$

- $\lambda = \frac{v}{N} \Rightarrow N = \frac{v}{\lambda}\ A \cdot N : N = \frac{10}{0,2} = 50 H_z$

✓ **1ere méthode :**
Le mouvement de front d'onde se fait vers le haut à partir de $y = 0$ reproduisant le mouvement de la source à $t = 0$ donc $\varphi_s = 0$; $y_s(0) = 0$ et $\left(\frac{dys}{dt}\right)(t = 0)\Big) > 0$.

✓ **2eme méthode:**

$$\begin{aligned}
t_2 &= \frac{x(t_2)}{v} = \frac{0,45}{10} = 4,510^{-2}\ \mathrm{s} \\
y_s(t_2) &= a = a\sin(2\pi N t_2 + \varphi_s) \Rightarrow \sin(2\pi N t_2 + \varphi_s) = 1 \\
&\Rightarrow 2\pi N t_2 + \varphi_s = \frac{\pi}{2} \\
&\Rightarrow \varphi_s = \frac{\pi}{2} - 2\pi N t_2 \\
&\Rightarrow \varphi_s = \frac{\pi}{2} - 2\pi \cdot 50,4,510^{-2} \\
&\Rightarrow \varphi_s = \frac{\pi}{2} - 4,5\pi = -4\pi \\
&\Rightarrow \varphi_s = 0\ \mathrm{rad}(2\pi)
\end{aligned}$$

4)Les points qui vibrent en phase avec (s) a t_2 sont séparés de k. $\lambda(k \in IN^*)$ de la source

$x_1 = 0,2\mathrm{m}$ et $x_2 = 0,4m$

2017C

On dispose d'un vibreur muni d'une fourche à pointe unique et d'une cuve à ondes. Au repos, la pointe verticale affleure la surface libre de la nappe d'eau de la cuve à ondes en un point S. En mettant le vibreur en marche, la pointe impose au point S des vibrations sinusoïdales verticales d'amplitude $a = 2\mathbf{mm}$ et de fréquence N. Ainsi, une onde progressive, de longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$, prend naissance au point **S** à l'instant $t = \mathbf{0}$ et se propage à la surface de l'eau avec une célérité v constante. On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni atténuation de l'onde au cours de la propagation.

1 Décrire l'aspect de la surface libre de l'eau observée en lumière ordinaire.

2 La figure 6 représente, à un instant $t_{0,}$ une coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par **S**, $\mathbf{M}_1$ et $\mathbf{M}_2$. Les points $\mathbf{M}_1$ et $\mathbf{M}_2$ sont sćparés par la distance

$\mathbf{d} = \mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 = 1,25\mathbf{cm}$ lorsque le liquide est au repos. Le point M_1 est atteint par l'onde issue de S à l'instant $t_1 = 5.10^{-2}s$.

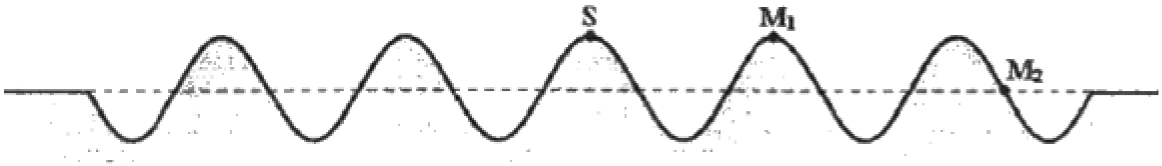


Figure 6

a- En exploitant la figure 6, déterminer :

- la longueur d'onde λ;
- la célérité v;
- L'instant t_0 .

b- Montrer que le mouvement du point S est régi par l'équation horaire :
$y_S(t) = 2.10^{-3}\sin(40\pi t + \pi)$ pour $t \geq 0$; où y_S s'exprime en mètre et t en seconde.

3-a) Etablir l'équation horaire du mouvement du point $\mathbf{M}_2$.

b) Représenter, sur un même système d'axes, les diagrammes de mouvements des points **S** et $\mathbf{M}_2$. Comparer le mouvement du point $\mathbf{M}_2$ à celui de **S**.

c)Déduire, à partir de la figure 6, les lieux géométriques des points vibrants en quadrature retard de phase avec S à l'instant t_0.

Correction

1- En lumière ordinaire, on observe des rides circulaires concentriques au point S.

2)a) $\mathrm{d} = 1{,}25\lambda \Rightarrow \lambda = 1$ cm

$v = \dfrac{SM_1}{t_1} = 0{,}2\ \mathrm{m}.s^{-1}$

A $\mathbf{t}_0$ l'onde a parcouru $(2+\frac{3}{4})\ \lambda$=2.75cm

$t_0 = \dfrac{x_t}{v} = 13{,}75.10^{-2}$ s

$b) y_s(t) = a\sin(2\pi N t + \varphi_s)$

$y_s(t_0) = a\sin(40\pi t_0 + \varphi_s) = a \Rightarrow \sin(40\pi t_0 + \varphi_s) = 1$

$\Rightarrow 40\pi t_0 + \varphi_s = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_s = \frac{\pi}{2} - 40\pi t_0$, avec $t_0 = 13{,}75.10^{-2}$ s

$\Rightarrow \varphi_s = \frac{\pi}{2} - 40\pi \times (13{,}75.10^{-2}) \Rightarrow \varphi_s = \frac{\pi}{2} - 5{,}5\pi = -5\pi \Rightarrow \varphi_s = \pi\ \mathrm{rad}(2\pi)$

3-a-

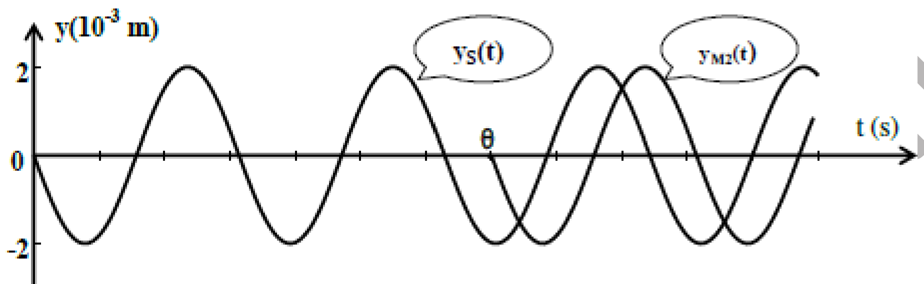
$$y_{M2}(t) = y_s(t-\theta); \theta = \frac{SM_2}{v}$$

$$y_{M2}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \text{ si } t < \theta \\ 2.10^{-}\sin(40\pi t - 40\pi\theta + \pi) \text{ pour } t \geq \theta \end{Bmatrix}$$

$$y_{M2}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \text{ si } t < \theta \\ 2.10^{-}\sin\left(40\pi t - \frac{11\pi}{2} + \pi\right) \text{ pour } t \geq \theta \end{Bmatrix}$$

$$y_{M2}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \text{ si } t < \theta \\ 2.10^{-}\sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ pour } t \geq \theta \end{Bmatrix}$$

b-



M_2 vibre en quadrature retard de phase par rapport à S.

c- Les points qui vibrent en quadrature retard de phase avec S (s) à t_0 sont séparés de . $\frac{(4k+1)\lambda}{4}$ $(k \in IN)$ de la source

Point	r_1*(k=0)*	r_2*(k=1)*	r_3*(k=2)*
$\mathbf{x_m}$	***0,25***	***1,25***	***2,25***

Les points sont situés sur des cercles concentriques en S et de rayons : $r_1 = 0{,}25$ cm ;

$r_2 = 1{,}25$ cm et $r_3 = 2{,}25$ cm

2014P

En un point O de la surface libre de l'eau d'une cuve à ondes, une source ponctuelle S impose, à partir de $t = 0s$, des oscillations sinusoïdales verticales d'amplitude $\mathbf{a = 2}$mm et de fréquence $\mathbf{N = 20Hz}$.

Le mouvement du point O obéit à la loi horaire : $Y_0(t) = a\sin(2\pi Nt + \varphi_0)$ pour $t \geq 0s$; où φ_0 est la phase à $t = 0s$. On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement de l'onde au cours de la propagation.

1) Décrire l'aspect de la surface libre de l'eau éclairée en lumière ordinaire.
2) On donne, sur la figure 5 , le diagramme du mouvement d'un point $\mathbf{M}_1$ de la surface libre de l'eau situé à la distance $1,25.10^{-2}$ m de O. En exploitant la figure 5 :
a-déterminer l'équation horaire du mouvement du point $\mathbf{M_1}$ et déduire celle de O ;
b-calculer la valeur de la célérité v de l'onde créée à la surface de l'eau;
c - déduire la valeur de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$.
3) A l'instant t_1, l'aspect de la surface libre de l'eau est représenté par la figure 6 ; où les cercles tracés en lignes continues représentent les crêtes et ceux tracés en lignes discontinues représentent les creux.
a- Montrer que $t_1 = 16,25.10^{-2}$ s.
b- En justifiant la réponse, comparer les états vibratoires des points $\mathbf{M}_2$ et M_3 de la surface de l'eau.
c-Déterminer les lieux géométriques des points M de la surface libre de l'eau qui vibrent à l'instant t_1 en quadrature avance de phase par rapport au point M_2.
d-Représenter l'ensemble de ces points sur la figure 8 .

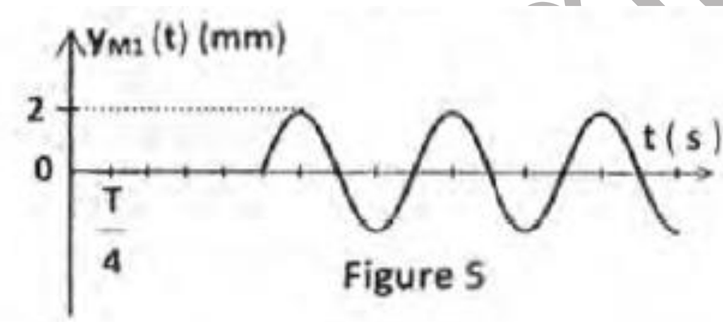


Figure 5

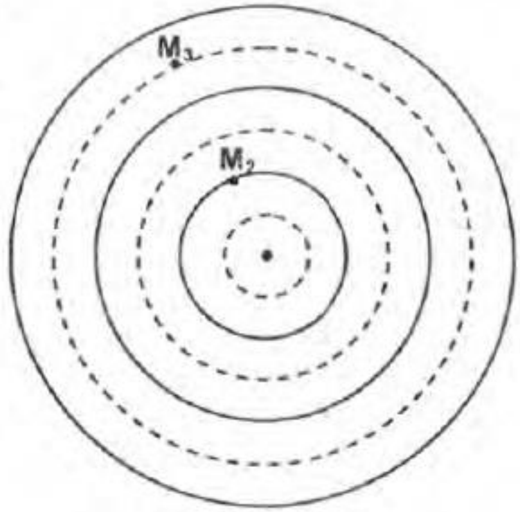


Figure 6

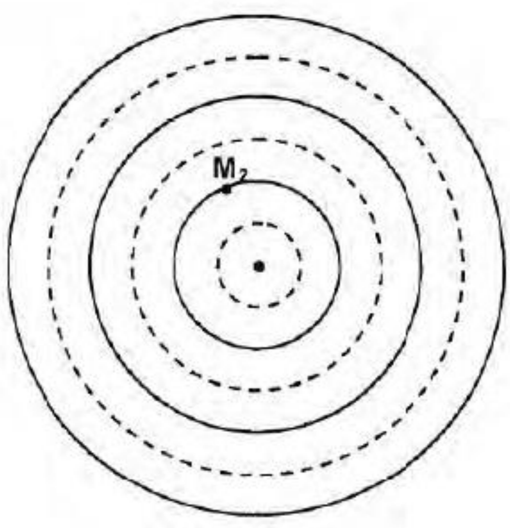


Figure 8

Correction

1)Des rides circulaires concentriques qui se propagent a la surface libre de l'eau

2)a) Le point M1 débute son mouvement a l'instant t_1=5T/4

Pour $t \geq \frac{5T}{4}; Y_M(t) = a\sin(2\pi Nt - \frac{\pi}{2}), a = 2mm$

Equation horaire de la source O :

$$Y_O(t) = Y_M(t)(t + \Delta t), \Delta t = T + \frac{T}{4};$$

$$Y_O(t) = a\sin(2\pi N(t + \Delta t) - \frac{\pi}{2}) = a\sin(2\pi Nt)$$

b)$V = \frac{d_1}{\Delta t}$

$d_1 = 1,25.10^{-2}m$; $\Delta_t = \frac{5}{4}T = \frac{25}{4}.10^{-2} = 6,25.10^{-2}s$

$$V = \frac{d_1}{\Delta t} = 0.2m.s^{-1}$$

c) $\lambda = \frac{V}{N} = 0.01$ m

3) a)A l'instant t_1 te front d'onde a parcouru la distance $\mathrm{D} = 3\lambda + \frac{\lambda}{4}$:

$$t_1 = \frac{D}{v} = \frac{3\lambda + \frac{\lambda}{4}}{v} = \frac{13\lambda}{4v} = 16{,}25 \cdot 10^{-2}\ \text{s.}$$

$b -$ M_1 et M_2 vibrent en opposition de phase car M_2 appartient à une crête alors M_2 appartient a un creux.

$c -$

Abscisses des points P_i, qui vibrant à t_0, en quadrature avance de phase par rapport à N.

3a/$\Delta\varphi = \varphi_{\text{pi}} - \varphi_{\text{M1}} = -\frac{2\pi}{\lambda}(\text{pi} - \text{x}_{\text{M1}}) = \frac{\pi}{2}\text{rad}$

$\Delta\varphi = \varphi_{\text{pi}} - \varphi_{\text{M1}} = -\dfrac{2\pi}{\lambda}(\text{pi} - \text{x}_{\text{M1}}) = \dfrac{\pi}{2} - 2\text{k}\pi$

$\Delta\varphi = \varphi_{\text{pi}} - \varphi_{\text{M1}} = \frac{\pi}{2} - 2\text{k}\pi.$

$\Rightarrow -\dfrac{2\pi}{\lambda}\left(\text{x}_{\text{pi}} - \text{x}_{\text{M1}}\right) = \dfrac{\pi}{2} - 2\text{k}\pi$

En ayant : $\text{x}_{\text{M1}} = \lambda$

$\Rightarrow -\dfrac{2\pi}{\lambda}\left(\text{x}_{\text{pi}} - \lambda\right) = \dfrac{\pi}{2} - 2\text{k}\pi$

$\left(\text{x}_{\text{pi}} - \lambda\right) = -\dfrac{1}{4} + \text{k}\lambda$

$\Rightarrow \text{x}_{\text{pi}} = \frac{3}{4}\lambda + \text{k}\lambda$ et que $0 \leq \frac{3}{4}\lambda + \text{k}\lambda \leq 3\lambda$

$$0 \leq \frac{3}{4}\lambda + \text{k}\lambda \leq 3\lambda \Rightarrow 0 \leq \frac{3}{4} + \text{k} \leq 3 \Rightarrow -\frac{3}{4} \leq \text{k} \leq \frac{9}{4}$$

On déduit que :

k	0	1	3
x_{pi}	$3\lambda/4$	$7\lambda/4$	$11\lambda/4$

Les points M de la surface libre de l'eau qui vibrent t à l'instant t_1 en quadrature avance de phase par rapport au point M_2 sont des cercles de centre O de rayons respectifs: $\frac{3\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4}$ et $\frac{11\lambda}{4}$

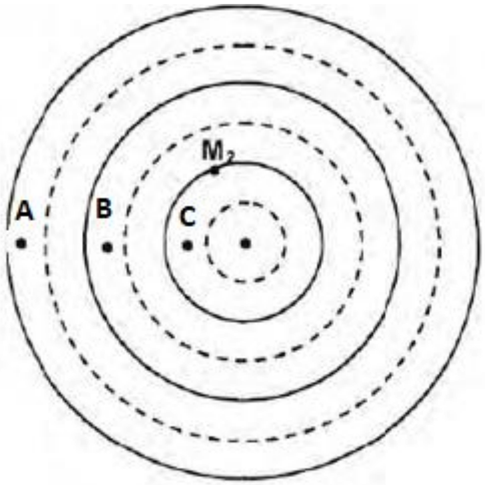


Figure 8

2013P

Une réglette, fixée à un vibreur, impose à la surface libre de l'eau d'une cuve à ondes des vibrations sinusoïdales verticales d'amplitude a et de fréquence $\mathrm{N} = 10$ Hz. On suppose qu'il n'y a ni réflexion, ni amortissement d'ondes.

A partir d'une date $t = 0$, des rides rectilignes se propagent à partir d'un point source S de la surface de l'eau. L'élongation de la source **S** s'écrit :

$$y_S(t) = a\sin(20\pi t + \varphi_S), t \geq 0.$$

Le graphe de la figure 4 représente une coupe transversale, passant par S, de la surface libre de l'eau à une date $\mathbf{t}_0$.

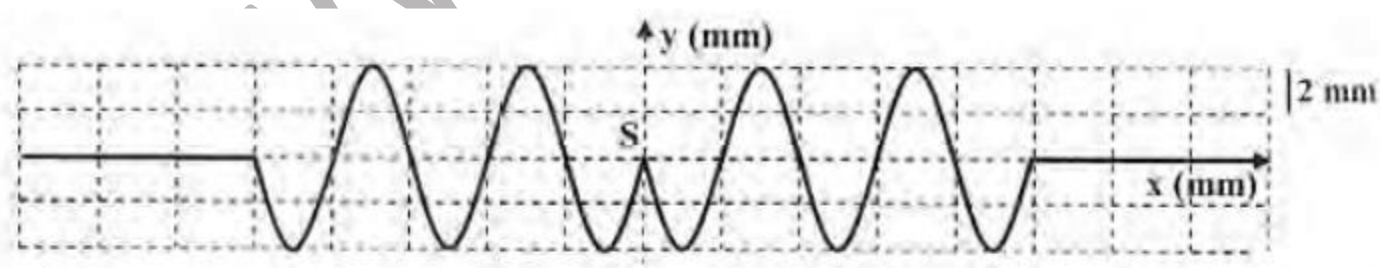


figure 4

1 A la date $\mathbf{t_0}$, l'elongation de tout point **M** de la surface libre de l'eau, situé au repos à la distance $\mathbf{SM} = \mathbf{x}$ de **S**, vérifie l'équation :

$$y_M(x) = a\sin\left(20\pi t_0 + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \text{ tel que } -x_f \leq x \leq x_f$$

Ou x_f représente l'abscisse du front d'onde.

a- Déterminer la valeur de $\mathbf{t_0}$.
b- Montrer que $\varphi_s = \pi$ rad.
2) A la date t_0, le front d'onde est situé à une distance $x_f = 45$ mm.
a- Calculer la valeur de longueur d'onde λ.
b- En déduire la valeur de la célérité v de propagation.
3) On considère les deux points **P** et **N**, de la surface de l'eau, repérés, au repos, respectivenent par les abscisses $SP = x_p = 18$ mm et $SN = x_N = 22{,}5$ mm.
a- Déterminer le déphasage entre P et N: $\Delta\varphi = \varphi_{\mathrm{p}} - \varphi_{\mathrm{N}}$.
b- Déterminer les abscisses $\mathrm{x_i}$ des points $\boldsymbol{M}_{\mathbf{i}}$ qui vibrent, à la date $\mathbf{t}_0$, en quadrature retard de phase par rapport au point N.

Correction

1a/A partir des relations

$x_f = 2{,}5\lambda$

$x_f = \frac{\lambda}{T} \cdot t_0$

Donc $2{,}5\lambda = \frac{\lambda}{T} \cdot t_0$:on trouve : $t_0 = 2.5\ \mathrm{T} = 0.25$ s
b/A la date $\mathbf{t_0}$ le front d'onde se termine par un creux d'où $\Delta\varphi = \pi$ rad

2/a)$x_f = 2{,}5\lambda = 45\ \text{mm} \Rightarrow \lambda = 18$ mm.

b/$\lambda = \mathrm{v} \cdot \mathrm{T} = \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{N}} \Rightarrow \mathrm{v} = \lambda \cdot \mathrm{N} = 0{,}18\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

3a/$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_{\mathrm{N}} = -\frac{2\pi}{\lambda}\left(\mathrm{x_p} - \mathrm{x_N}\right) = \frac{\pi}{2}$rad
b/Abscisses des points P_i, qui vibrant à t_0, en quadrature retard de phase par rapport à N.

$\Delta\varphi = \varphi_{\mathrm{pi}} - \varphi_{\mathrm{N}} = -\frac{\pi}{2} rad.$
En ayant : $\mathrm{x_N} = 1{,}25.\lambda \Rightarrow -\frac{2\pi}{\lambda}\left(\mathrm{x_{pi}} - \mathrm{x_N}\right) = -\frac{\pi}{2} + 2\mathrm{k}\pi$

$\Rightarrow \mathrm{x_{pi}} = 1{,}5\lambda - \mathrm{k}\lambda$ et que $0 \leq 1{,}5\lambda - \mathrm{k}\lambda \leq 2{,}5\lambda \Rightarrow -1{,}5 \leq -\mathrm{k} \leq 2{,}5$

On déduit que :

k	1	0	-1
x_{pi}	$\lambda/2$	$3\lambda/2$	$5\lambda/2$

Par symétrie par rapport à l'axe des y, on déduit les x_{pi} d'abscisses négatives

2011P

Une corde élastique de longueur L $= 80$ cm est tendue horizontalement. Son extrémité S est liée à une lame vibrante en mouvement sinusoïdal vertical d'équation :
$y_s(t) = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_s)$ pour $t \geq 0$. L'autre extrémité est munie d'un dispositif qui empêche la réflexion des ondes.
L'amortissement est supposé nul.

1/L'aspect de la corde à un instant t_0 donné est représenté dans la figure 5 .

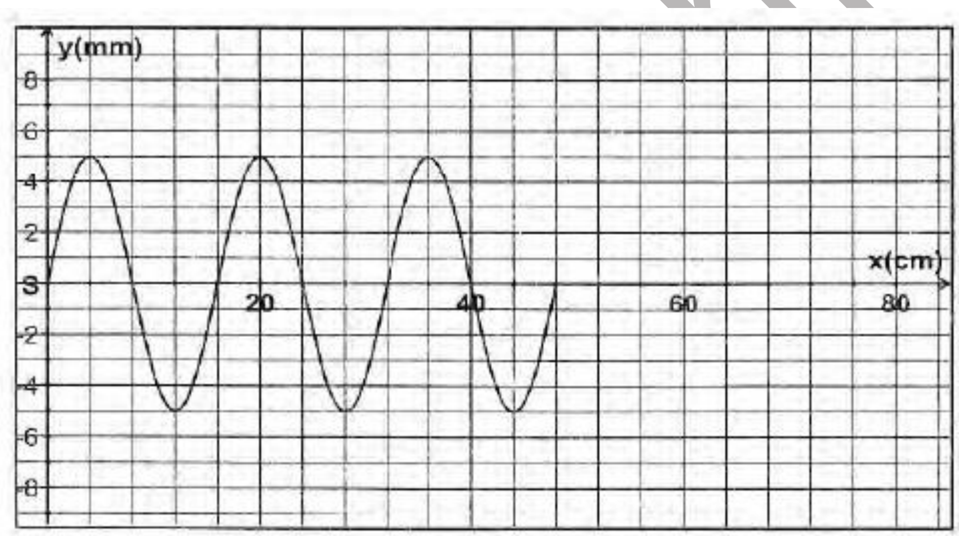


Fig.5

a) Définir la longueur d'onde λ.
b) A l'aide de la figure 5 :

- déterminer l'amplitude de vibration des différents points de la corde atteints par l'onde ainsi que la valeur de la longueur d'onde λ.
- montrer que la phase initiale du mouvement de la source est : $\varphi_s = \pi$rad.

2/a) Sachant qu'un point M_1 de la corde d'abscisse $x_1 = 24$ cm au repos, est atteint par le front d'onde à l'instant $t_1 = 12$ ms :

- calculer la célérité de l'onde,

- en déduire la valeur de la période de vibration de la lame excitatrice.
  b) Déterminer en fonction de λ, la distance séparant le point $\mathbf{M_1}$ de la source **S** et en déduire la phase initiale du point M_1.
  c) Ecrire l'équation horaire du mouvement du point M_1 de la corde.

3/a) Déterminer la valeur de l'instant t_0 auquel correspond l'aspect de la corde, représenté dans la figure **5**.
b) Déduire de l'aspect de la corde à l'instant t_0, son aspect à l'instant $t_2 = 36$ ms.

Correction

I-1. a) La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période T
b) a = 5 mm
$\lambda = 16$ cm $= 16.10^{-2}$ m.

- D'après la forme incurvée du front d'onde, on peut affirmer que tout point de la corde élastique d'abscisse $x \leq 3\lambda$ commence son mouvement dans le sens négatif. Or, tout point de la corde reproduit le mouvement de (S) avec un retard θ $\Rightarrow$ (S) a commencé son mouvement dans le sens négatif $\Rightarrow \varphi_S = \pi$ rad.

2/a) Calcul de la célérité v de l'onde : $x_1 = vt_1 \Rightarrow v = \frac{x_1}{t_1} = 20$ m^{-1}

$$\lambda = \mathrm{v}T \Leftrightarrow \mathbf{T} = \frac{\lambda}{\mathrm{v}} = 8.10^{-3}\ \mathrm{s}$$

b) $d_1 = x_1 = 1{,}5\lambda$
$\mathrm{x}_{M1} = 1{,}5\lambda$

$$\varphi_{M1} = \varphi_s - \frac{2\pi \mathrm{x}_{M1}}{\lambda} = \pi - 3\pi = 0rad$$

c)

$$\mathrm{y_{M2}(t)} = \begin{Bmatrix} y_{M1}(t) = 0 \text{ si } t < t_1 \\ y_{M1}(t) = 5.10^{-3}\sin 250\pi t \text{ pour } t \geq t_1 \end{Bmatrix}$$

3. a) $x_{f_0} = 3\lambda. \Rightarrow t_0 = 3T = 24.10^{-3}$ s
Autre méthode : $x_{f_0} = vt_0 \Rightarrow t_o = \frac{x_{f_0}}{v} = 24$ ms.

b) $t_2 = 36\text{ ms} \Rightarrow t_2 - t_0 = 1{,}5.\text{T} \Rightarrow x_{F2} = x_{F0} + 1{,}5\lambda$, ce qui donne :