

Exercice 1

Pour les réseaux informatiques, le terme de bande passante est synonyme de taux de transfert de données.

Le tableau suivant donne l'évolution en Tunisie, entre les années 2011 et 2015, du nombre d'abonnés au réseau internet par 1000 habitants et la largeur de la bande passante internationale d'internet (en Gb/S)

Année (t_i)	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre d'abonnés au réseau internet (x, par 1000habitants)	80	103	128	154	159
Largeur de la bande internationale d'internet (y, en Gb/S)	60	82.5	90	130	180

(Source: Ministère des Technologies de l'information et de communication)

On pose $x = (x_i)$, $y = (y_i)$ et $t = (t_i)$.

1)a) Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série (t, x) .

b) Déterminer une équation de la droite de régression de x en t .

c) Donner une prévision de la valeur x_i pour l'année $t_i = 2020$.

2) On envisage un ajustement exponentiel de la série (x, y) . Pour cela on pose $z = \ln(y)$. Le tableau suivant donne les valeurs de x et z arrondies à 10^{-3} près.

x_i	80	103	128	154	159
$z_i = \ln(y_i)$	4,094	4,413	4,5	4,868	5,193

a) Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série (x, z) .

b) En déduire qu'un ajustement affine de la série (x, z) par la méthode des moindres carrés est justifié.

c) Déterminer une équation de la droite de régression de z en x .

d) Etablir la relation $y = Ae^{Bx}$ où A et B sont deux réels que l'on déterminera.

3) Donner une prévision de la largeur de la bande passante internationale y_i pour l'année

$t_i = 2020$.

Exercice 2

Le tableau suivant donne la proportion des ménages abonnés à Internet

Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Pourcentage (y_i)	8,1	11,4	14,3	17,1	22	28,8	33,5

- a) Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.
 b) Expliquer pourquoi un ajustement affine de ce nuage est justifié.
 c) Calculer les coordonnées, à 0,1 près, du point moyen G du nuage. Placer G sur le graphique précédent.
- 1/a) Par la méthode des moindres carrés, donner l'équation de la droite de régression de y en x .
 b) Estimer alors la proportion des ménages abonnés à Internet en Tunisie en 2018.
- 2/Peut-on à l'aide de cet ajustement, estimer la proportion des ménages tunisiens abonnés à internet en 2032

Exercice 3

Le tableau suivant donne (en Millions) l'évolution de la population de l'Afrique depuis 1950.

Année	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Population y_i	229	285	366	478	630	808	1031

- 1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage des points $M_i(x_i, y_i)$.
 (On prendra pour unités graphiques: 1 cm pour chaque rang sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 millions d'habitants sur l'axe des ordonnées).
- 2) On envisage un ajustement exponentiel de la série (X, Y) , pour cela on pose $Z = \ln(Y)$. Le tableau suivant donne les valeurs de z arrondies au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	229	285	366	478	630	808	1031
$z_i = \ln y_i$	5,43	5,65	5,90	6,17	6,45	6,69	6,94

- a) Donner l'arrondi à 10^{-4} près du coefficient de corrélation linéaire de la série (X, Z) . En déduire qu'un ajustement affine de la série (X, Z) est justifié.
- b) Déterminer une équation de la droite de régression de z en x . (Les coefficients seront arrondis au centième).
- 3) a) Etablir la relation $y = 172,43e^{0,26x}$.
- b) On suppose que la situation se poursuit selon le même modèle.
Estimer, à l'aide de cet ajustement, la population de l'Afrique (en millions) en 2030.

Exercice 4

Le tableau suivant donne (en milliards) le nombre d'abonnements au téléphone mobile, dans le monde.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif (y_i)	2,75	3,37	4,03	4,65	5,32	5,96	6,41	6,84

Source : International Télécommunication Union

- a) Représenter dans un repère orthonormé, le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$.
On prendra pour unité graphique 1,5 cm.
b) Expliquer comment un ajustement affine est justifié.
- a) Donner le coefficient de corrélation linéaire de $(x; y)$. Interpréter ce résultat.
b) Ecrire l'équation de la droite de régression de y en x (les coefficients seront arrondis au centième).
- On suppose que cette tendance se maintient.
a) Estimer le nombre d'abonnements en 2014.
b) En quelle année le nombre d'abonnements atteindra 10 milliards pour la première fois ?

Exercice 1

1) a)

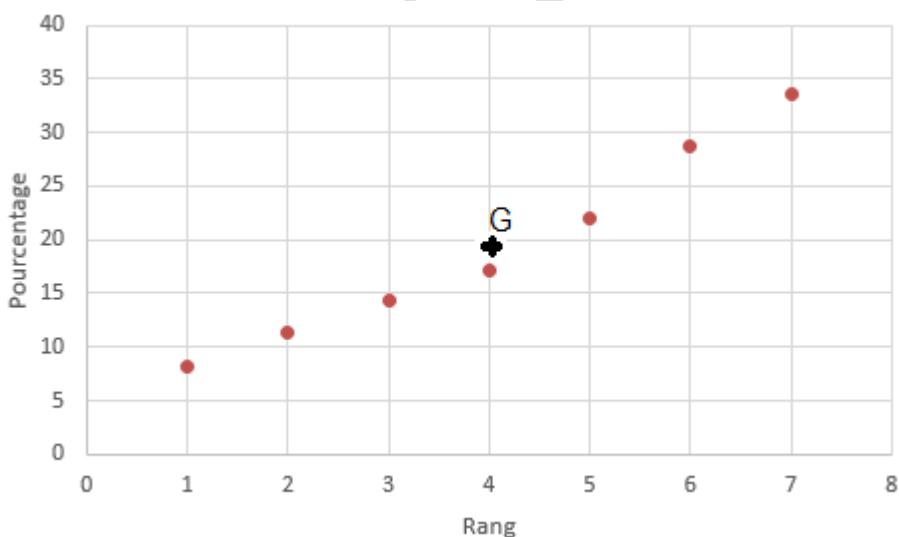
A l'aide de la calculatrice on obtient : $r = 0,9839$ b) La droite d'ajustement de x en t a pour équation $x=at+b$, avec :

- $a = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)}$
- $b = \bar{x} - a\bar{t}$

$$\Delta: x = 20,9t - 41946,9$$

c) Pour $t_i = 2020$ on obtient $x_i = 271,1 = 271$ abonnés.2)a) $r = 0,9541$ b) $r > 0,75$ donc on a une forte corrélation entre x et z et l'ajustement affine est justifié.c) $\Delta': z = 0,012x + 3,106$ d) $z = \ln(y) = 0,012x + 3,106$ donc $y = e^{0,012x+3,106} = e^{3,106}e^{0,012x}$ On pose $A = e^{3,106} = 22,332$ et $B = 0,012$ 3) Pour $t = 2020$ on a $x = 271$ et $y = 577$ Gb/S.**Exercice 2**

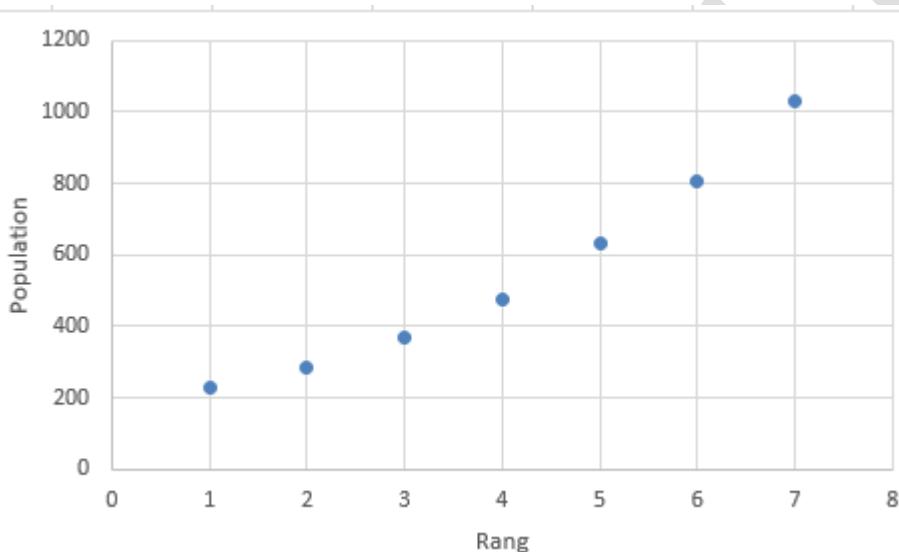
a)



- b) On peut remarquer que le nuage s'allonge suivant une droite, d'où un ajustement affine est justifié.
- c) $G(\bar{x}; \bar{y})$; où \bar{x} et \bar{y} sont les moyennes arithmétiques respectives des x_i et y_i . $G(4; 19,31)$.
- ?a) L'équation de la droite de régression de y en x est : $y = 4,23x + 2,35$.
- b) 2018 est de rang $x = 10$, donc on peut estimer le pourcentage des ménages abonnés à Internet en Tunisie en 2018 : $y = 4,23 \times 10 + 2,35 = 44,65$.
- c) On ne sait pas si la tendance restera la même ou non, donc on ne peut pas estimer le pourcentage des ménages abonnés à Internet en Tunisie en 2032, en utilisant cet ajustement. D'ailleurs si on suppose que la tendance restera la même et on applique cet ajustement on va trouver des pourcentages qui ne sont pas acceptables :
Le rang de l'année 2032 est $x = 24$ et on aura $y = 4,23 \times 24 + 2,35 = 103,87$.

Exercice 3

1)



2) On envisage un ajustement exponentiel de la série (X, Y) , pour cela on note $Z = \ln(Y)$.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	229	285	366	478	630	808	1031
$z_i = \ln y_i$	5,43	5,65	5,90	6,17	6,45	6,69	6,94

- a) $r = 0,9996$.
- b) Une équation de la droite de régression de z en x est : $z = 0,26x + 5,15$.
- 3)a) $z = 0,26x + 5,15 \Leftrightarrow \ln y = 0,26x + 5,15$

$$\Leftrightarrow y = e^{0.26x+5.15}$$

$$\Leftrightarrow y = e^{5.15}e^{0.26x} = 172,43e^{0.26x}$$

b) On suppose que la situation se poursuit selon le même modèle.

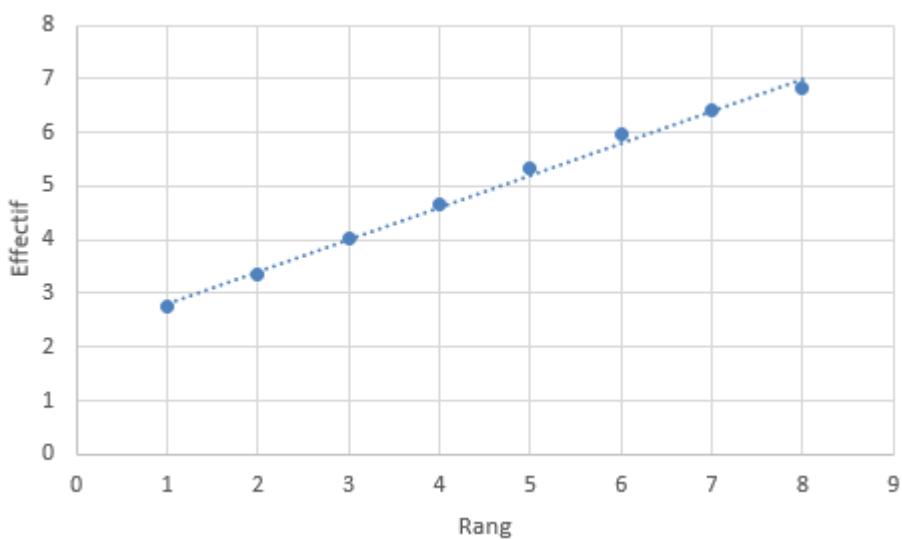
2030 est de rang 9. Donc la population de l'Afrique en 2030 est estimée à :

$$172,43e^{0.26 \cdot 9} = 1790 \text{ millions.}$$

Exercice 4

Le tableau suivant donne (en milliards) le nombre d'abonnements au téléphone mobile dans le monde.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang (X_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif (y_i)	2,75	3,37	4,03	4,65	5,32	5,96	6,41	6,84



- b) La forme allongée du nuage des points permet d'envisager un ajustement affine.
 2)a) On calcule à Paide de la calculatrice le coefficient de corrélation $r = 0,997673$.
 b) On détermine les coefficients a et b à l'aide de la calculatrice :

$$a = 0,598690 = 0,6; b = 2,222142 = 2,22$$

L'équation de la droite de régression de y en x est : $y = 0,6x + 2,22$.

3) On suppose que cette tendance se maintient.

a) Le rang de l'année 2014 est 9 .

Une estimation (en milliards) du nombre d'abonnements en 2014 est :

$$y = 0,6 \times 9 + 2,22 = 7,62.$$

b) L'année pour laquelle le nombre d'abonnements atteindra 10 milliards pour la première fois :

$$\begin{aligned} 0,6x + 2,22 &= 10 & \Leftrightarrow 0,6x &= 10 - 2,22 \\ && \Leftrightarrow 0,6x &= 7,78 \\ && \Leftrightarrow x &= \frac{7,78}{0,6} = 12,966 = 13 \end{aligned}$$

13 est le rang de l'année 2018 . 2018 est l'année pour laquelle le nombre d'abonnements atteindra 10 milliards pour la première fois.